



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCATELICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA CIVIL -
HUANCATELICA



CURSO: MECÁNICA DE FLUIDOS II

UNIDAD III

Geometría de los canales

SEMANA 11

TEMAS :

- Geometría de los canales.
- Fundamentos del flujo de fluidos.

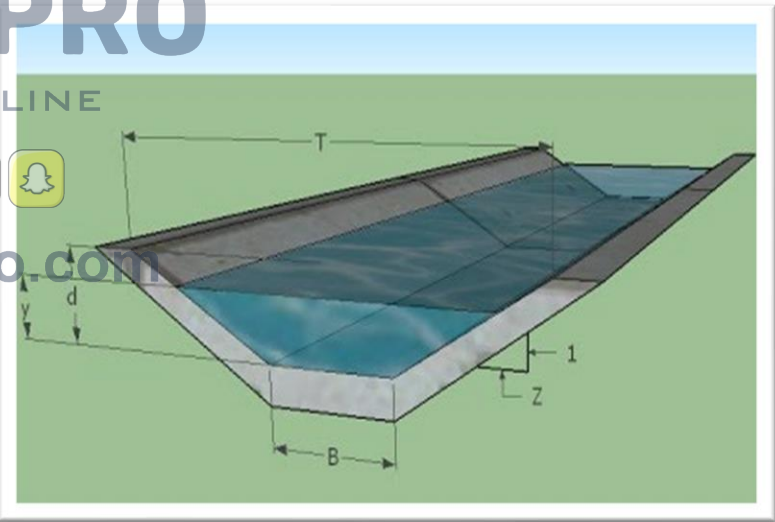
Docente: Ing. David Requena Machuca

GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com



11.- Geometría de los canales.

11.1.- Tipos de los canales.

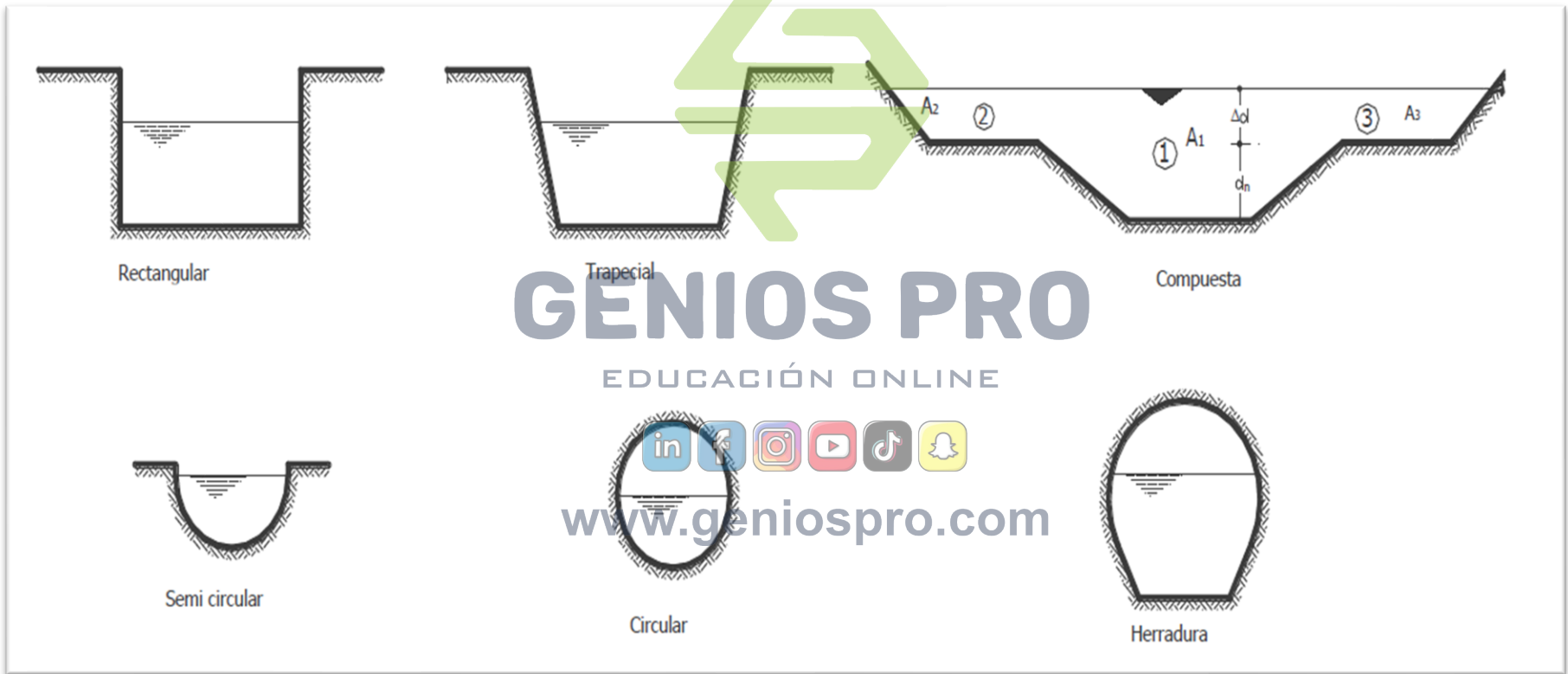
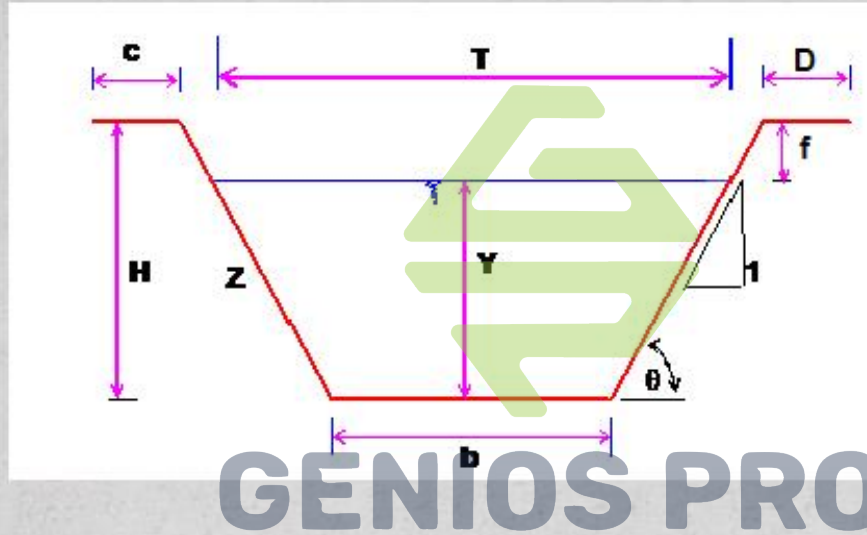


Figura 01: canales prismáticos de geometría conocidas.

11.2.- Elementos geométricos de los canales:



GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE

a. Elementos Geométricos

b: Base menor

B: Base mayor

H: Altura del talud

z: Talud de la caja del canal

C: Berma interna

D: Berma externa

b. Elementos Hidráulicos

y: Tirante

f: Borde libre

T: Tirante superficial

www.geniospro.com

- ❖ **Tirante de agua o profundidad de flujo “d o y”**: Es la distancia vertical desde el punto más bajo de una sección del canal hasta la superficie libre.
- ❖ **Ancho superficial o espejo de agua “T”**: Es el ancho de la superficie libre del agua, en m.
- ❖ **Talud “m o Z”**: Es la relación de la proyección horizontal a la vertical de la pared lateral (se llama también talud de las paredes laterales del canal).
- ❖ **Coeficiente de rugosidad (n)**: depende del tipo de material en que se aloje el canal
- ❖ **Pendiente (s)**: es la pendiente longitudinal de la rasante del canal.
- ❖ **Perímetro mojado (P)**: es la longitud de la línea de contorno del área mojada entre el agua y las paredes del canal
- ❖ **Área hidráulica (A)**: es la superficie ocupada por el agua en una sección transversal normal cualquiera
- ❖ **Radio hidráulico (Rh)** : es el cociente del área hidráulica y el perímetro mojado.

11.3.- Relaciones geométricas de las secciones transversales mas frecuentes

A continuación se determinan las relaciones geométricas correspondientes al área hidráulica (A), perímetro mojado (p), espejo de agua (T) y radio hidráulico (R), de las secciones transversales mas frecuentes.

❖ Sección Rectangular:

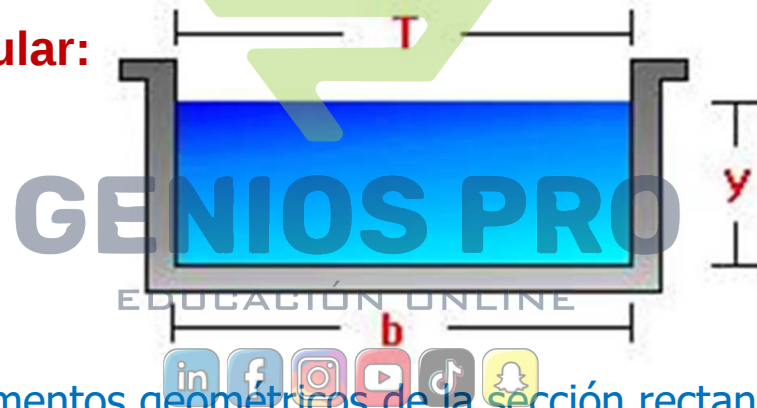


Figura 02: Elementos geométricos de la sección rectangular de un canal.

www.geniospro.com

$$A: b \cdot y$$

$$T: b$$

$$P: b + 2y$$

$$R: \frac{b \cdot y}{b + 2y}$$

❖ Sección Trapezoidal:

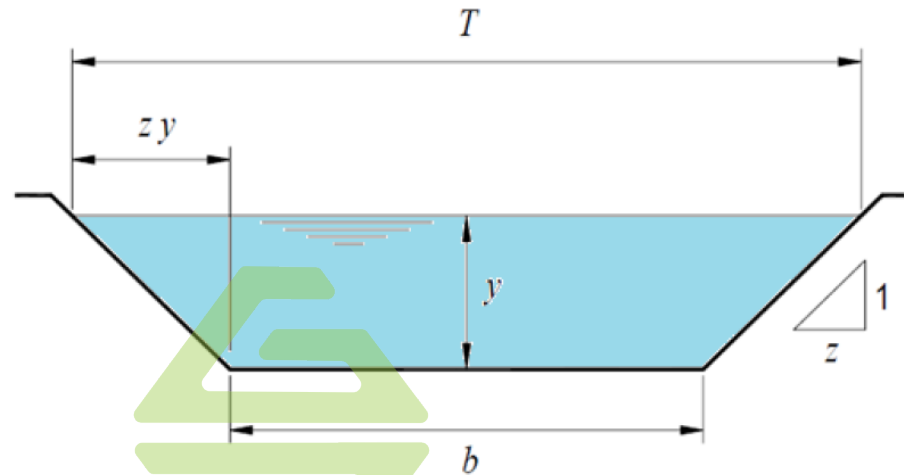


Figura 03: Elementos geométricos de la sección trapezoidal de un canal.

GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



$$A: by + Zy^2$$

www.geniospro.com

$$P: b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$$

$$R: \frac{by + Zy^2}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}}$$

❖ Sección Triangular:

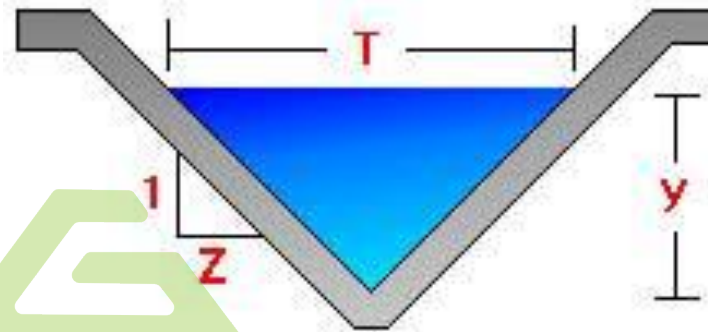
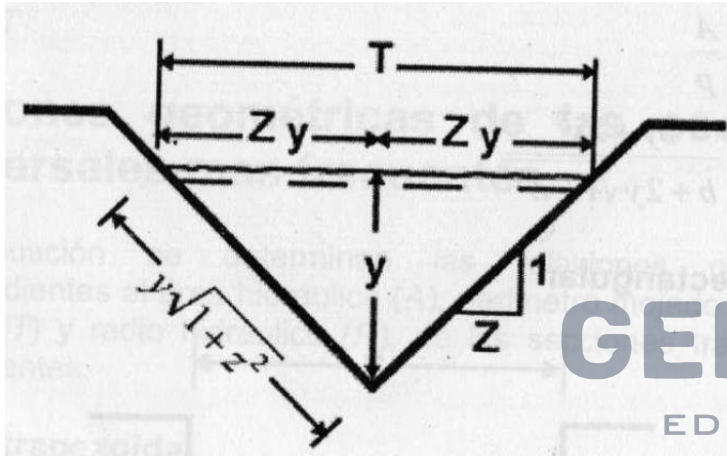


Figura 04: Elementos geométricos de la sección triangular de un canal.

GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



A: Zy^2

www.geniospro.com

P: $2y\sqrt{1+Z^2}$

R: $\frac{Zy}{2\sqrt{1+Z^2}}$

❖ Sección Circular:

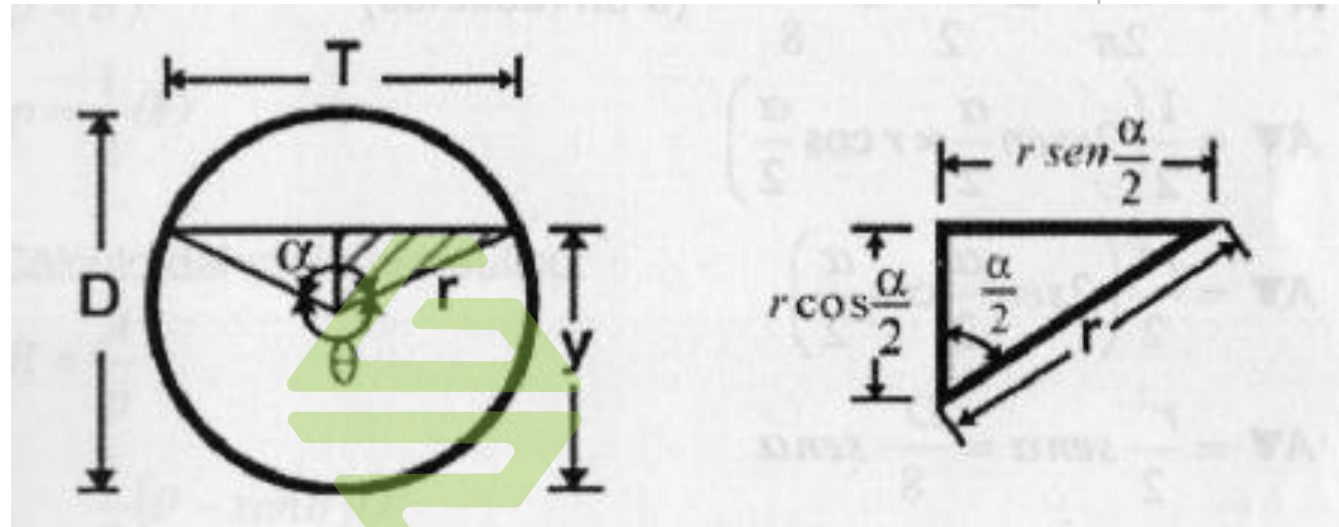


Figura 05: Elementos geométricos de la sección circular de un canal.

GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



$$A: \frac{(\theta - \sin \theta) * D^2}{8} \quad T: \frac{(\sin \frac{\theta}{2}) * D}{2} \quad o \quad 2\sqrt{y(D - Y)}$$

$$P: \frac{\theta * D}{2}$$

$$R: \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right) \frac{D}{4}$$

❖ **Sección Circular :**

a.- Calculo del espejo de agua

$$T = 2r * \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$$

$$T = D * \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$$

Pero:

$$\theta + \alpha = 2\pi$$

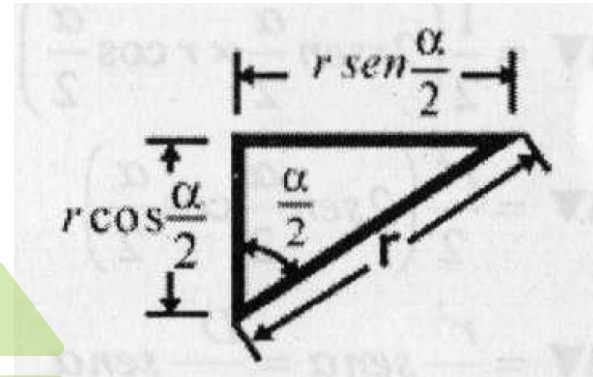
$$\alpha = 2\pi - \theta$$

$$\frac{\alpha}{2} = \pi - \frac{\theta}{2}$$

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{sen} \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right) = \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

Luego el espejo de agua :

$$T = D * \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$



$$\sin(a \pm b) = \sin(a)\cos(b) \pm \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \sin(a)\sin(b)$$

$$\operatorname{tg}(a \pm b) = \frac{\operatorname{tg}(a) \pm \operatorname{tg}(b)}{1 \mp \operatorname{tg}(a)\operatorname{tg}(b)}$$



www.geniospro.com

	0°;360°	90°	180°	270°
sen	0	1	0	-1
cos	1	0	-1	0
tg	0	N	0	N
ctg	N	0	N	0
sec	1	N	-1	N
csc	N	1	N	-1

b.- Cálculo del área hidráulica.

$$A = A_{\text{circulo}} - A_{\text{segmento}} = A_{\text{circulo}} - (A_{\text{sector}} - A_{\text{triangulo}})$$

$$A = A_{\text{circulo}} - A_{\text{sector}} + A_{\text{triangulo}} \quad \dots (1.2)$$

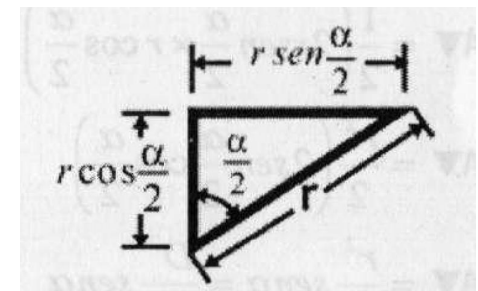
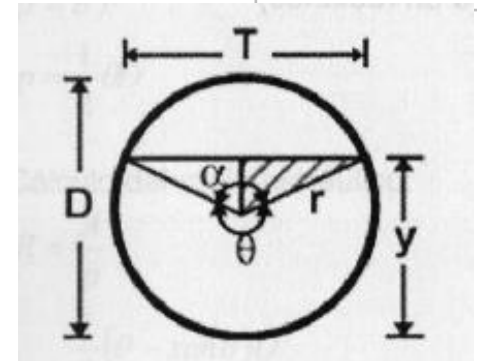
$$A_1 = \pi * r^2 \quad A_1 = \frac{\pi * D^2}{4}$$

$$A_2 = \frac{r^2 \alpha}{2} \quad A_2 = \frac{D^2 \alpha}{8}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \left(2r \sin \frac{\alpha}{2} * r \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$A_3 = \frac{r^2}{2} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} * \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$A_3 = \frac{r^2}{2} (\text{sen} \alpha) \quad A_3 = \frac{D^2}{8} (\text{sen} \alpha)$$



$$\text{sen } 2\alpha = 2 \text{ sen } \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

De otro lado, siendo θ y α complementarios, se tiene

$$\theta + \alpha = 2\pi$$

$$\alpha = 2\pi - \theta$$

Luego se sabe:

$$\text{sen}\alpha = \text{sen}(2\pi - \theta) = -\text{sen}\theta$$

Área total

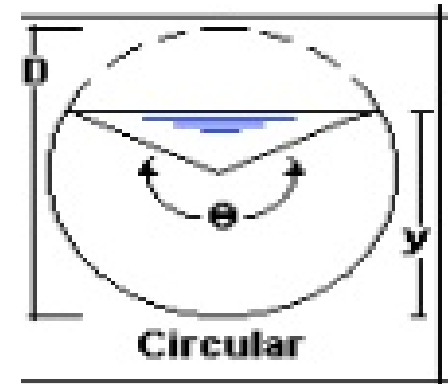
$$A = A_1 - A_2 + A_3$$

$$A = \frac{\pi * D^2}{4} - \frac{D^2 \alpha}{8} + \frac{D^2}{8} (\text{sen}\alpha)$$

$$A = \frac{\pi * D^2}{4} - \frac{D^2 (2\pi - \theta)}{8} - \frac{D^2}{8} (\text{sen}\theta)$$

$$A = \frac{D^2}{8} (2\pi - 2\pi + \theta - \text{sen}\theta)$$

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen}\theta)$$



3. Cálculo del perímetro mojado:

$$p = \theta r$$

$$p = \frac{1}{2} \theta D$$

www.geniospro.com

❖ Sección Circular :

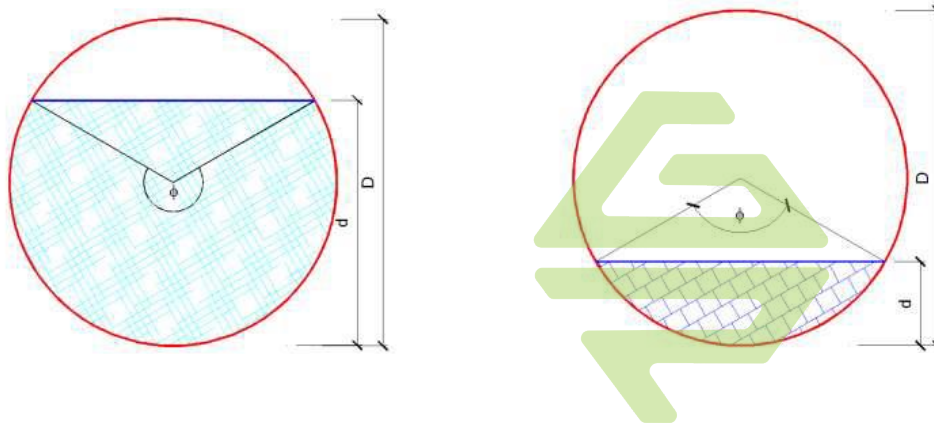
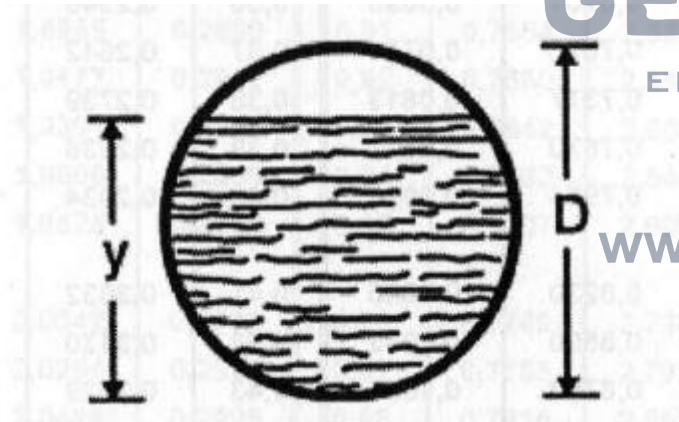


Figura 06: Elementos geométricos de la sección circular de un canal.

Angulo Central	$\cos(\phi)/2 = \left(1 - 2\frac{d}{D}\right)$
Área	$a = \frac{D^2}{4} \left(\frac{\pi\phi}{360} - \frac{\sin\phi}{2} \right)$
Perímetro Mojado	$PM = \left(\frac{\pi D \phi}{360} \right)$
Radio Hidráulico	$r = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{360 \sin \phi}{2\pi\phi} \right)$

Una forma sencilla de realizar los cálculos de A , p y R , en conductos parcialmente llenos, conocida la relación entre el tirante y el diámetro del conducto, es decir : y/D , es utilizar la tabla 1.1 .



y/D	A/D^2	p/D	R/D	y/D	A/D^2	p/D	R/D
0,51	0,4027	1,5908	0,2531	0,76	0,6404	2,1176	0,3025
0,52	0,4126	1,6108	0,2561	0,77	0,6489	2,1412	0,3032
0,53	0,4227	1,6308	0,2591	0,78	0,6573	2,1652	0,3037
0,54	0,4327	1,6509	0,2620	0,79	0,6655	2,1895	0,3040
0,55	0,4426	1,6710	0,2649	0,80	0,6736	2,2143	0,3042
0,56	0,4526	1,6911	0,2676	0,81	0,6815	2,2395	0,3044
0,57	0,4625	1,7113	0,2703	0,82	0,6893	2,2653	0,3043
0,58	0,4723	1,7315	0,2728	0,83	0,6969	2,2916	0,3041
0,59	0,4822	1,7518	0,2753	0,84	0,7043	2,3186	0,3038
0,60	0,4920	1,7722	0,2776	0,85	0,7115	2,3462	0,3033
0,61	0,5018	1,7926	0,2797	0,86	0,7186	2,3746	0,3026
0,62	0,5115	1,8132	0,2818	0,87	0,7254	2,4038	0,3017
0,63	0,5212	1,8338	0,2839	0,88	0,7320	2,4341	0,3008
0,64	0,5308	1,8546	0,2860	0,89	0,7384	2,4655	0,2996
0,65	0,5404	1,8755	0,2881	0,90	0,7445	2,4981	0,2980
0,66	0,5499	1,8965	0,2899	0,91	0,7504	2,5322	0,2963
0,67	0,5594	1,9177	0,2917	0,92	0,7560	2,5681	0,2944
0,68	0,5687	1,9391	0,2935	0,93	0,7642	2,6021	0,2922
0,69	0,5780	1,9606	0,2950	0,94	0,7662	2,6467	0,2896
0,70	0,5872	1,9823	0,2962	0,95	0,7707	2,6906	0,2864
0,71	0,5964	2,0042	0,2973	0,96	0,7749	2,7389	0,2830
0,72	0,6054	2,0264	0,2984	0,97	0,7785	2,7934	0,2787
0,73	0,6143	2,0488	0,2995	0,98	0,7816	2,8578	0,2735
0,74	0,6231	2,0714	0,3006	0,99	0,7841	2,9412	0,2665
0,75	0,6318	2,0944	0,3017	1,00	0,7854	3,1416	0,2500

Figura 06: Elementos geométricos e la sección circular de un canal.

❖ Sección Parabólica:

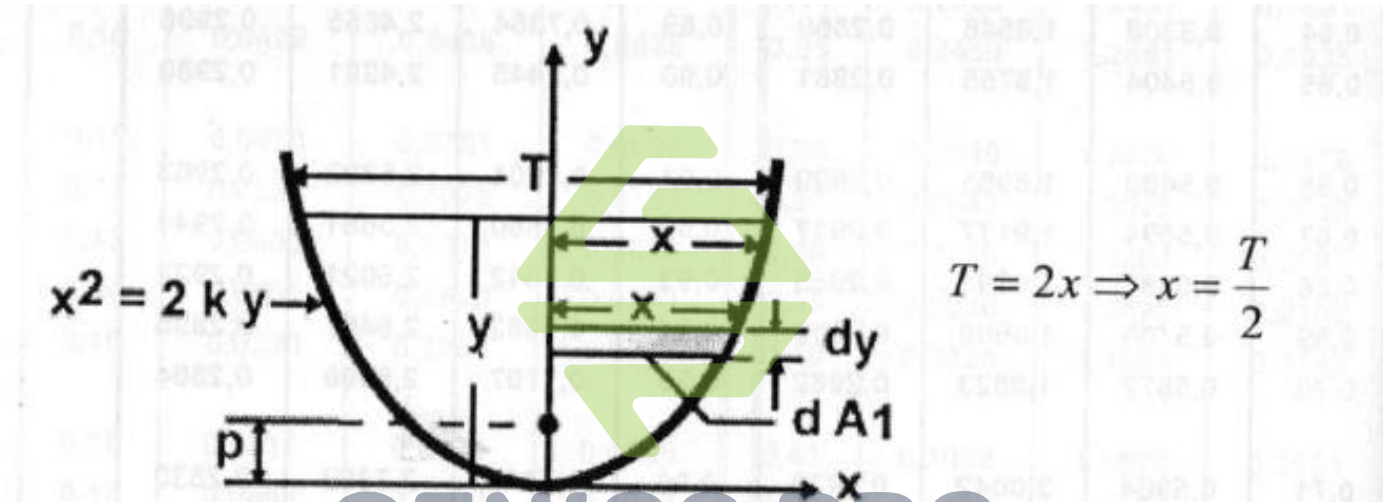


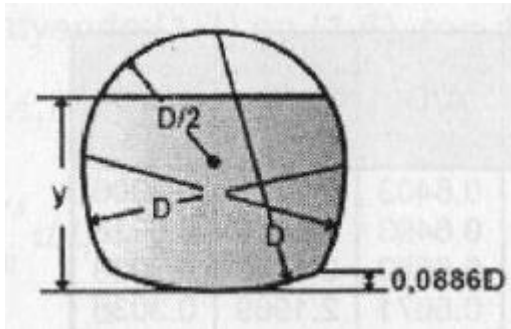
Figura 07: Elementos geométricos de la sección parabólica de un canal.

$$A: \frac{2 * T * y}{3}$$

$$P: T + \frac{8 * y^2}{3T}$$

$$R: \frac{2 * T^2 * y}{3T + 8Y^2}$$

❖ Sección Herradura:



y tirante
 D diámetro
 A área hidráulica
 p perímetro mojado
 R radio hidráulico

y/D	A/D^2	p/D	R/D	y/D	A/D^2	p/D	R/D
0.01	0.0019	0.2830	0.0066	0.21	0.1549	1.1078	0.1398
0.02	0.0053	0.4006	0.0132	0.22	0.1640	1.1286	0.1454
0.03	0.0097	0.4911	0.0198	0.23	0.1733	1.1494	0.1508
0.04	0.0150	0.5676	0.0264	0.24	0.1825	1.1702	0.1560
0.05	0.0209	0.6351	0.0329	0.25	0.1919	1.1909	0.1611
0.06	0.0275	0.6963	0.0394	0.26	0.2013	1.2115	0.1662
0.07	0.0346	0.7528	0.0459	0.27	0.2107	1.2321	0.1710
0.08	0.0421	0.8054	0.0524	0.28	0.2202	1.2526	0.1758
0.0886	0.0491	0.8482	0.0568	0.29	0.2297	1.2731	0.1804
0.09	0.0502	0.8513	0.0590	0.30	0.2393	1.2935	0.1850
0.10	0.0585	0.8732	0.0670	0.31	0.2489	1.3139	0.1895
0.11	0.0670	0.8950	0.0748	0.32	0.2586	1.3342	0.1938
0.12	0.0753	0.9166	0.0823	0.33	0.2683	1.3546	0.1981
0.13	0.0839	0.9382	0.0895	0.34	0.2780	1.3748	0.2023
0.14	0.0925	0.9597	0.0964	0.35	0.2878	1.3951	0.2063
0.15	0.1012	0.9811	0.1031	0.36	0.2975	1.4153	0.2103
0.16	0.1100	1.0024	0.1097	0.37	0.3074	1.4355	0.2142
0.17	0.1188	1.0236	0.1161	0.38	0.3172	1.4556	0.2181
0.18	0.1277	1.0448	0.1222	0.39	0.3271	1.4758	0.2217
0.19	0.1367	1.0658	0.1282	0.40	0.3370	1.4959	0.2252
0.20	0.1457	1.0868	0.1341				

En el caso de esta sección se tienen 3 zonas como se muestra en la **figura 08**:

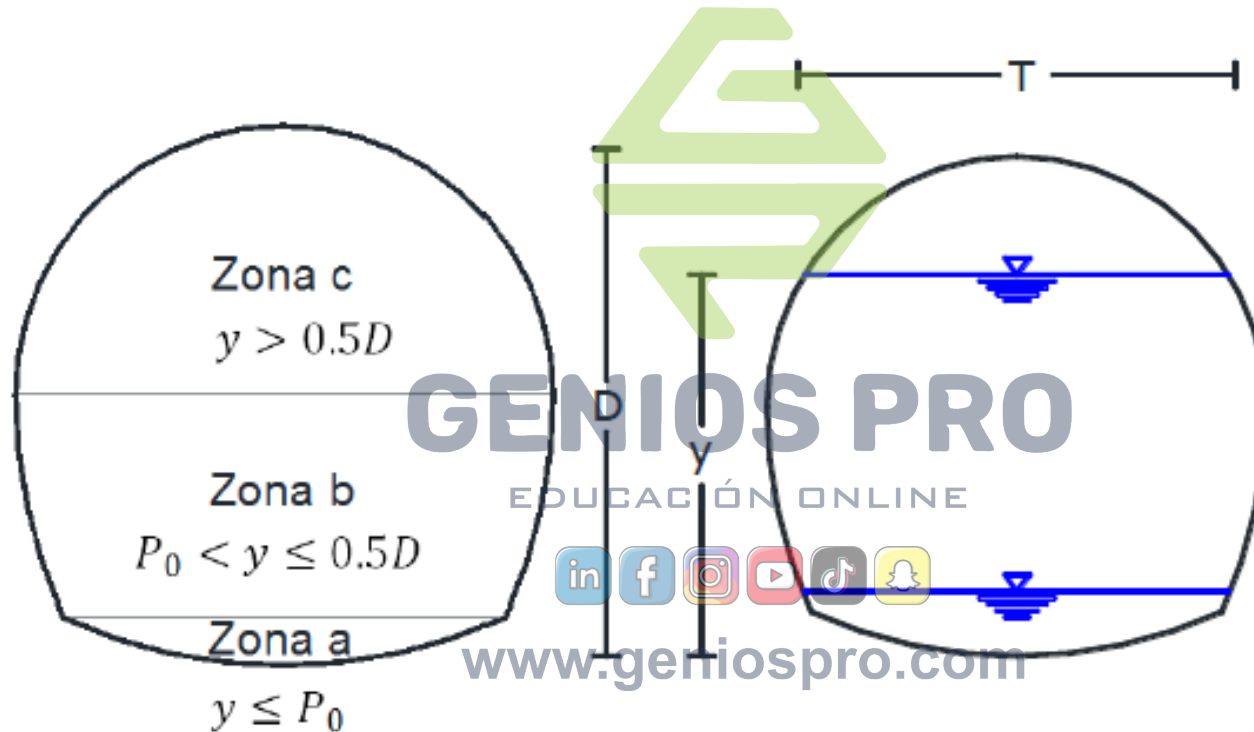


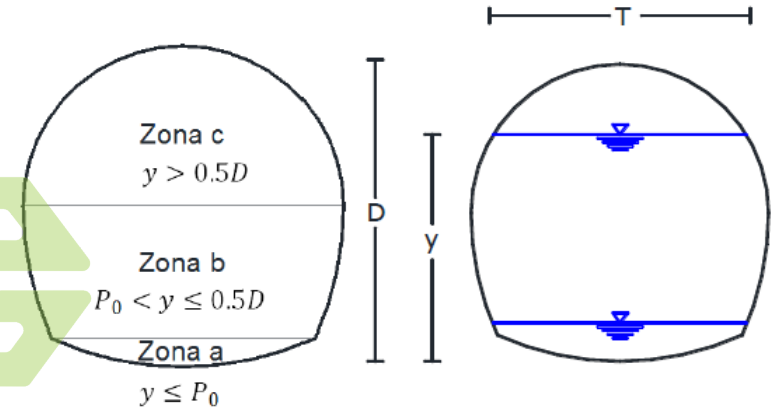
Figura 08: Elementos geométricos de la sección de herradura de un canal.

Espejo de agua para las 3 zonas.

$$T_a = 2\sqrt{y(2D - y)}$$

$$T_b = \sqrt{3D^2 - 4y + 4yD} - D$$

$$T_c = 2\sqrt{Dy - y^2}$$



Área hidráulica de la sección para las 3 zonas.

$$A_a = (y - D)\sqrt{y(2D - y)} + D^2 \arcsen(y - D/D) + \pi D^2 / 2$$

$$A_b = A_a + (2y - D/4)\sqrt{3D^2 + 4Dy - 4y^2} + D^2 \arcsen^{-1}(8y - 4D/8D) -$$

$$(2P_0 - D/4)\sqrt{3D^2 + 4DP_0 - 4P_0^2} - D^2 \arcsen^{-1}(8P_0 - 4D/8D) - D(y - P_0)$$

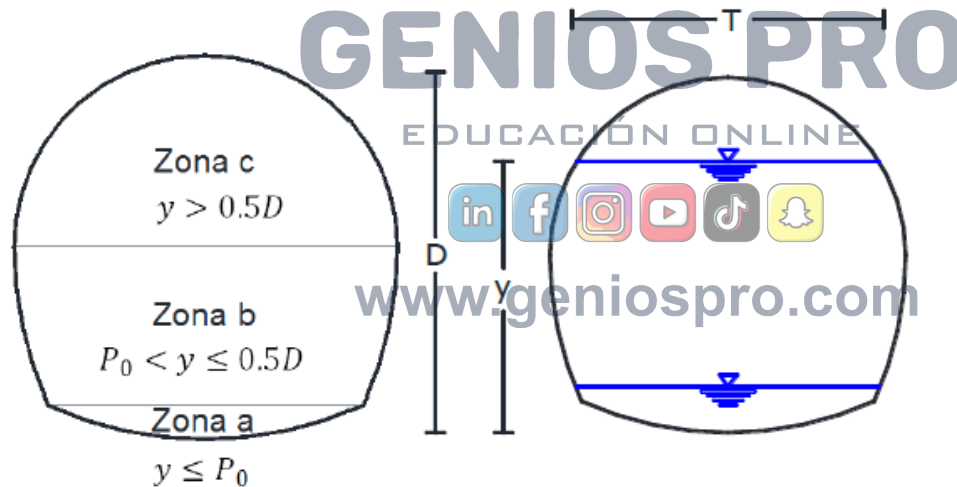
$$A_c = A_c + (2y - D/2)\sqrt{Dy - y^2} + (D^2/4)\arcsen^{-1}(2y - D/D)$$

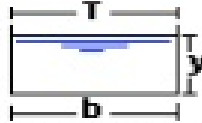
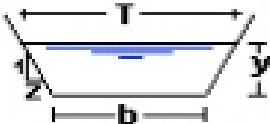
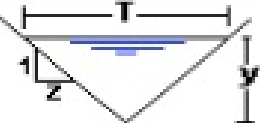
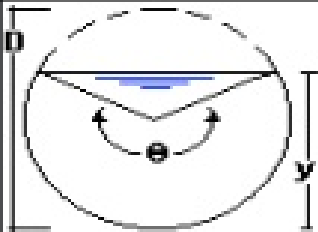
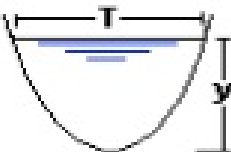
Perímetro mojado de la sección para las 3 zonas.

$$P_a = 2D[\arcsen(y - D/D) - \pi/2]$$

$$P_b = P_a + 2D[\sen^{-1}(2y - D/2D) - \sen^{-1}(2P_o - D/2D)]$$

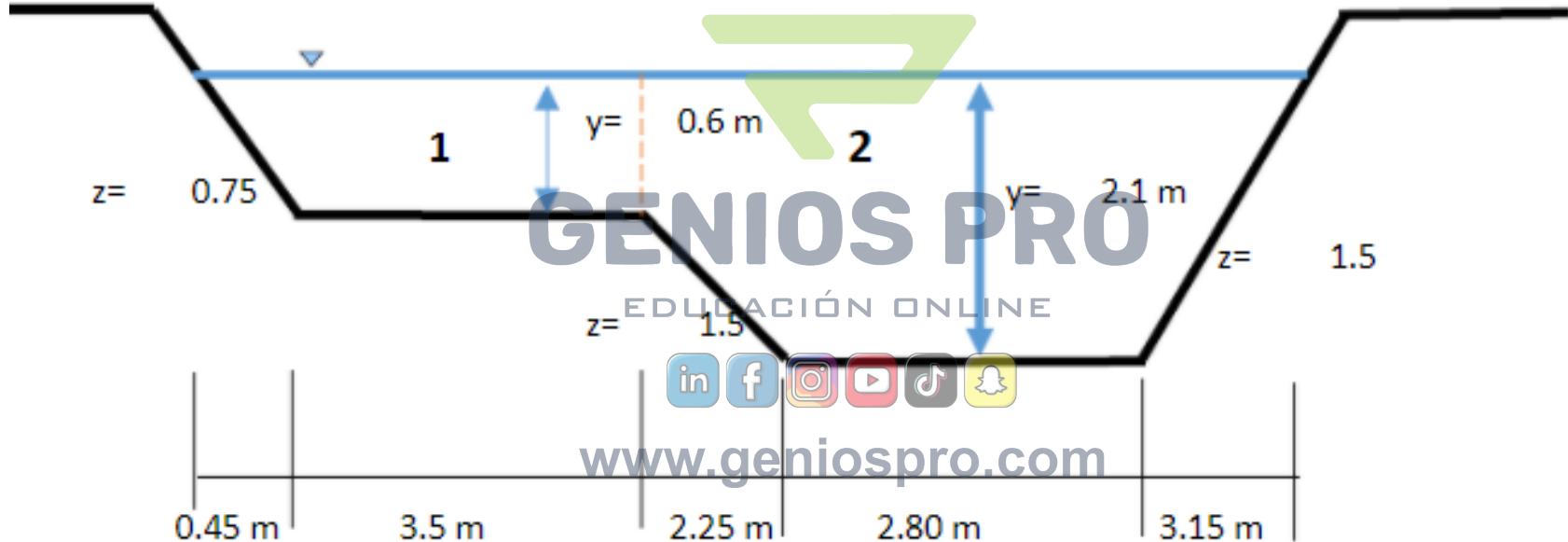
$$P_c = P_b + D\sen^{-1}(2y - D/D)$$



Tipo de sección	Área A (m ²)	Perímetro mojado P (m)	Radio hidráulico Rh (m)	Espejo de agua T (m)
 Rectangular	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b
 Trapezoidal	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$
 Triangular	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$
 Circular	$\frac{(\theta - \text{sen}\theta)D^2}{8}$	$\frac{\theta D}{2} (1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta}) \frac{D}{4}$	$\frac{(\text{sen}\frac{\theta}{2})D}{2\sqrt{y(D-y)}}$	
 Parabólica	$\frac{2}{3} Ty$	$T + \frac{8y^2}{3T}$	$\frac{2T^2y}{3T + 8y^2}$	$\frac{3A}{2y}$

11.1.- EJERCICIOS 01

La sección obtenida topográficamente en el canal antiguo, se muestra la sección adjunta con las respectivas medidas. Calcular las características geométricas e hidráulicas del canal



SOLUCION

Según la figura se tiene:

$$A_1 = \frac{0.45 * 0.6}{2} + 3.5 * 0.6 = 2.235 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 3.5 + 0.75 = 4.25 \text{ m}$$

$$T_1 = 3.5 + 0.45 = 3.95 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{0.6 + 2.1}{2} * 2.25 + 2.8 * 2.1 + \frac{2.1 * 3.15}{2} = 12.225 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 2.704 + 2.8 + 3.786 = 9.29 \text{ m}$$

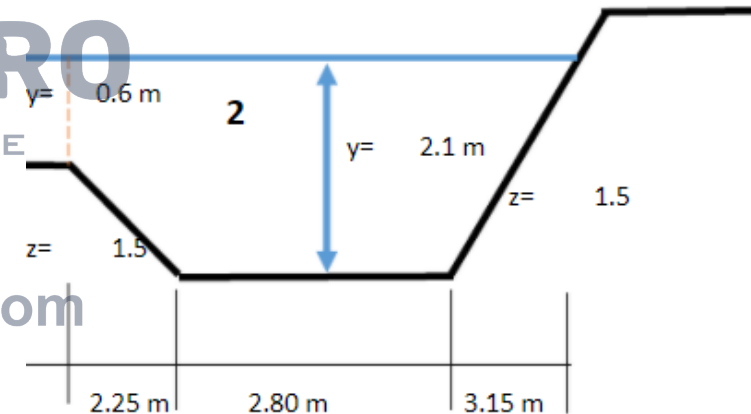
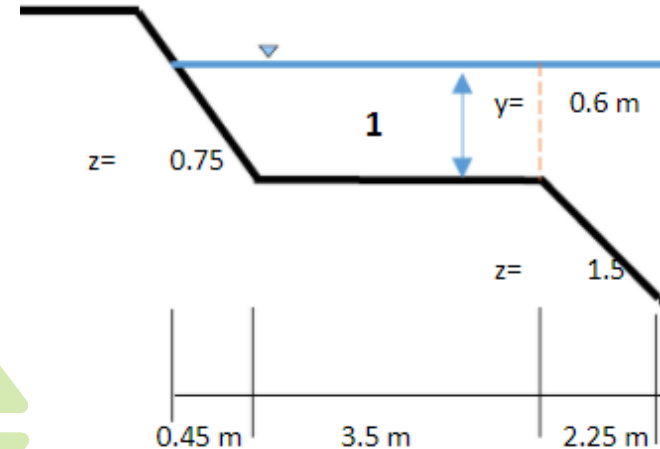
$$T_1 = 2.25 + 2.80 + 3.15 = 8.20 \text{ m}$$

$$A = 2.235 + 12.225 = 14.46 \text{ m}^2$$

$$P = 4.25 + 9.29 = 13.54 \text{ m}$$

$$T = 3.95 + 8.20 = 12.15 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{14.46}{13.54} = 1.068 \text{ m}$$



❖ Sección Irregulares:



Figura 09: Elementos geométricos de la sección Transversal en Cauces Naturales.

divide las secciones transversales en tres partes (i, j, k), donde "i" representa las características geométricas de la sección margen izquierda, "j" los trapecios conformados por los puntos sucesivos con el límite de la superficie libre de agua o cota tirante, analmente "k" representa la geometría de las sección en la margen derecha (Ayala, 2009).

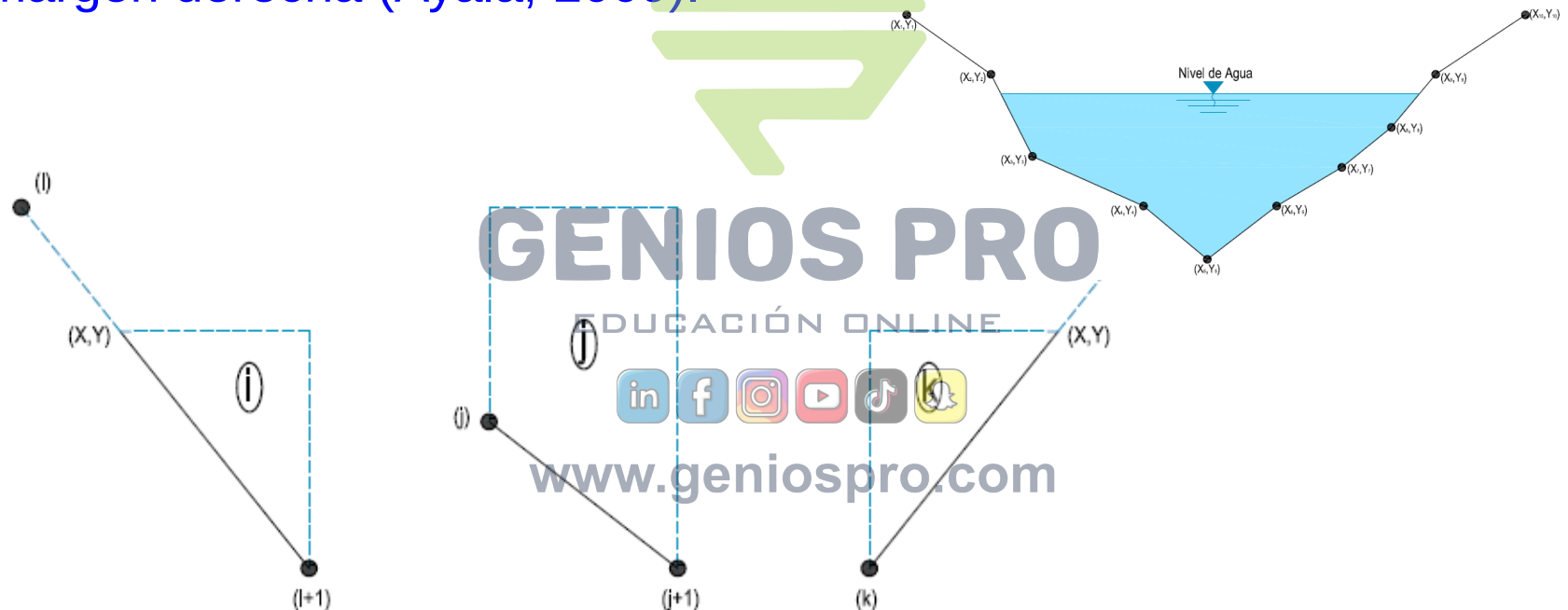


Figura 10: Elementos geométricos de las Secciones Transversales en: i, j, k.

Analizando en el Triángulo Izquierdo (A,P):

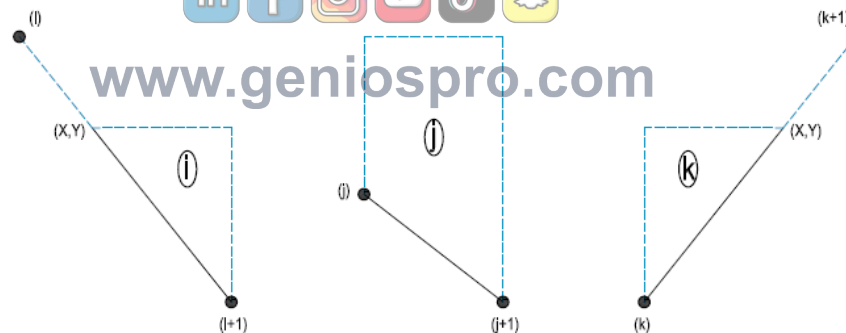
$$A = A_i = \frac{1}{2} \left[(Y - Y_{i+1})^2 \left(\frac{X_{i+1} - X_i}{Y_i - Y_{i+1}} \right) \right]$$

$$P = P_i = \sqrt{(Y - Y_{i+1})^2 + \left[\frac{(Y - Y_{i+1})(X_{i+1} - X_i)}{Y_i - Y_{i+1}} \right]^2}$$

EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com



Análisis de los Trapecios (A,P):

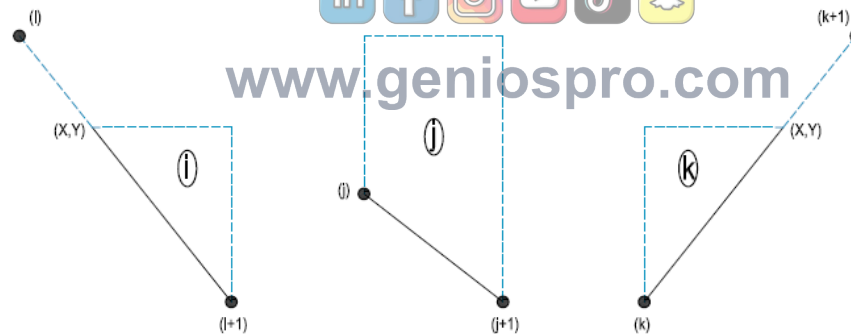
$$A = \sum A_j = \sum \frac{1}{2} [(Y - Y_j) + (Y - Y_{j+1})] (X_{j+1} - X_j)$$

$$P = \sum P_j = \sum \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2}$$

EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com



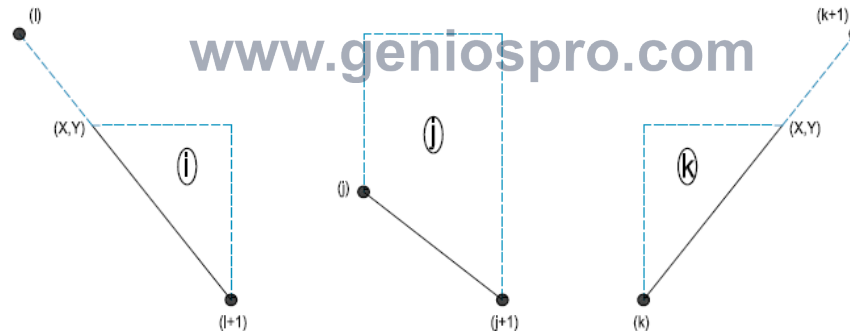
Análisis del Triángulo Derecho(A,P):

$$A = A_k = \frac{1}{2} \left[(Y - Y_k)^2 \left(\frac{X_{k+1} - X_k}{Y_{k+1} - Y_k} \right) \right]$$

$$P = P_k = \sqrt{(Y - Y_k)^2 + \left[\frac{(Y - Y_k)(X_{k+1} - X_k)}{Y_{k+1} - Y_k} \right]^2}$$



www.geniospro.com



Fundamentos del flujo de fluidos

Los 3 principios fundamentales de análisis que se aplican al flujo de fluidos son:

1. El principio de la Conservación de masa, a partir del cual se establece la ecuación de Continuidad
2. El principio de Energía (ecuación de Bernoulli)
3. El principio de la cantidad de movimiento

1.- Ecuación de Continuidad

La ecuación de la continuidad es la consecuencia del Principio de conservación de la masa. Para un flujo continuo permanente, el caudal que atraviesa cualquier sección de una corriente de fluido es Constante.

La cantidad de liquido que entra en la sección A1 es igual a la que sale por A2:

$$Q = A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 = \text{cte} \rightarrow Q = AV$$

Q = caudal, (m³/s)

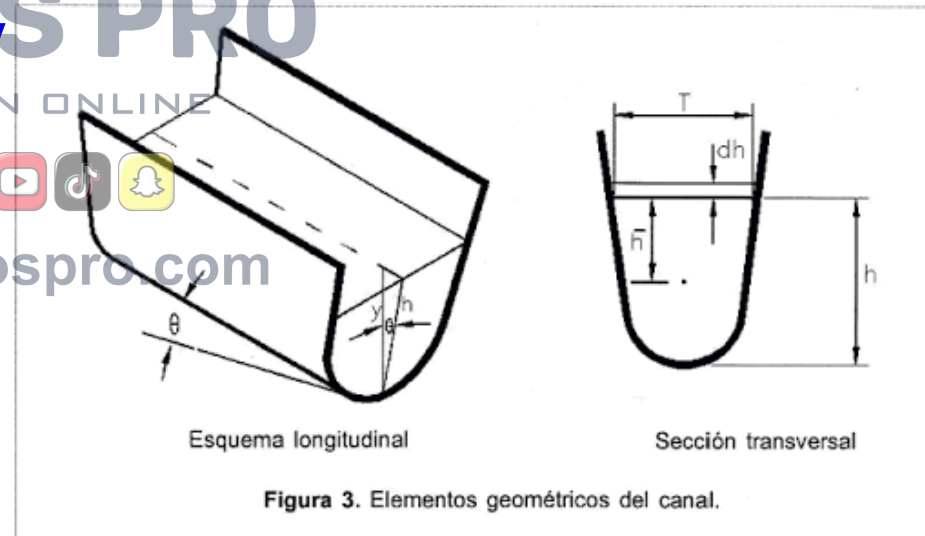
V = Velocidad media en la sección (m/s)

A = Área de la sección de flujo (m²)

GENIOS PRO
EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com



2.- Ecuación de Energía (Bernoulli)

En cualquier línea de corriente que atraviesa una sección de un canal se define como ENERGÍA TOTAL a la suma de las energías de Posición, Presión y la Velocidad:

$$E = Z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} = Cte$$

Donde:

E = Línea de energía en la sección.

Z = Línea de energía posición.

y = El tirante.

α = coeficiente de Coriolis

V = Velocidad media del flujo en la sección.

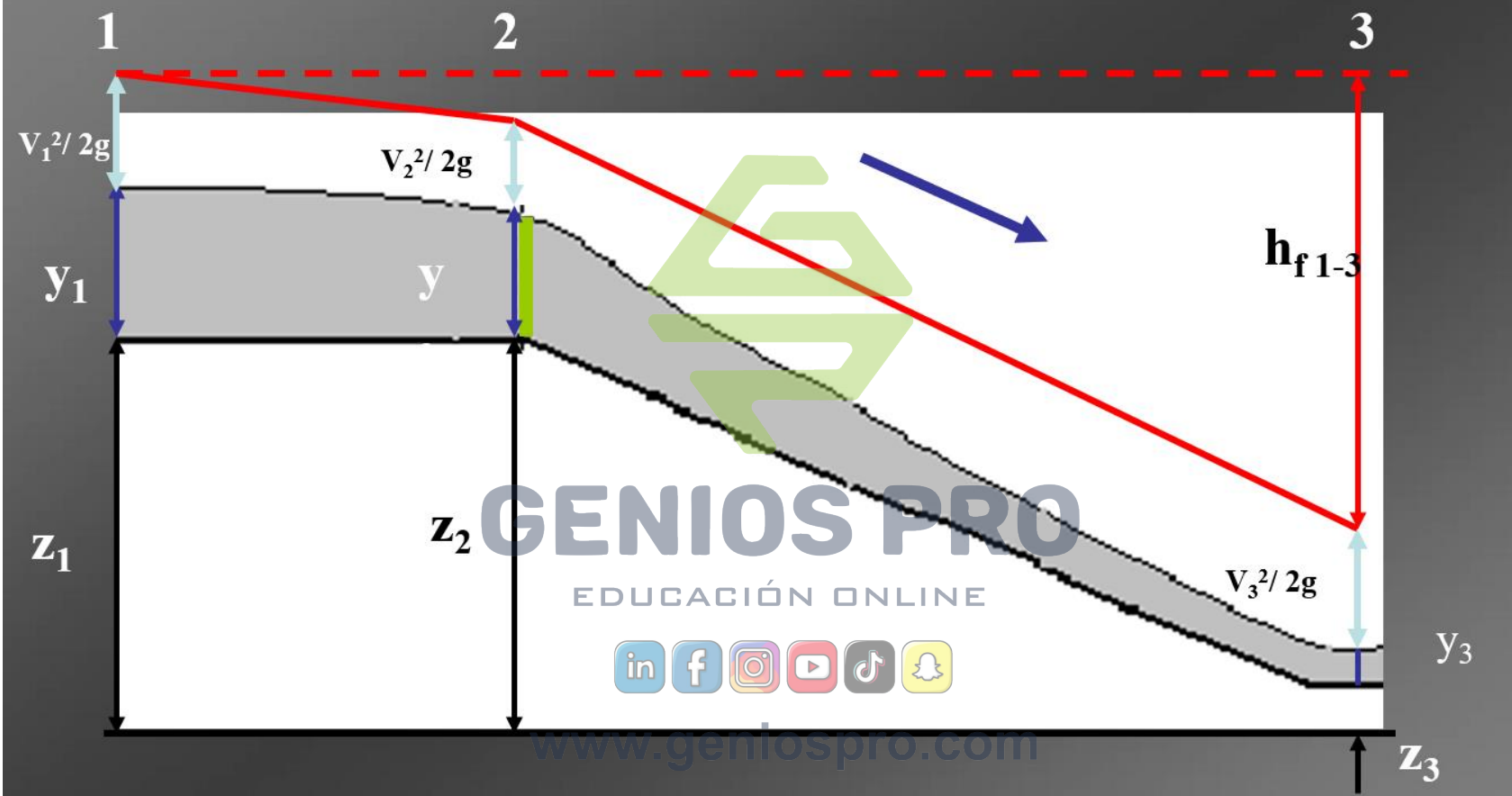
A = Coeficiente de Coriolis para la sección.



El coeficiente de Coriolis representa la relación que existe, para una sección dada, entre la energía real y la que se obtendría considerando una distribución uniforme de velocidades.

en muchos casos se justifica considerar: $\alpha=1$, en este caso.

Ecuación de Bernoulli en conducciones abiertas. Representación gráfica.



$$H_1 = V_1^2/2g + y_1 + z_1 = V_2^2/2g + y_2 + z_2 + h_{f1-2} = V_3^2/2g + y_3 + z_3 + h_{f1-3}$$

3.- Ecuación de La cantidad de Movimiento o Momentum

En una sección de un canal en la cual pasa un caudal Q con la velocidad V , la cantidad de movimiento en la unidad de tiempo, se expresa por:

$$\text{Cantidad de movimiento} = \beta \delta Q V$$

Donde:

β = coeficiente de Bussinesq

Q = Caudal

V = Velocidad media

δ = Densidad del fluido

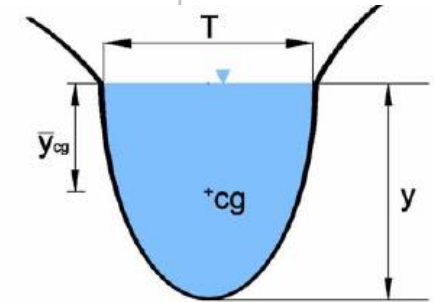
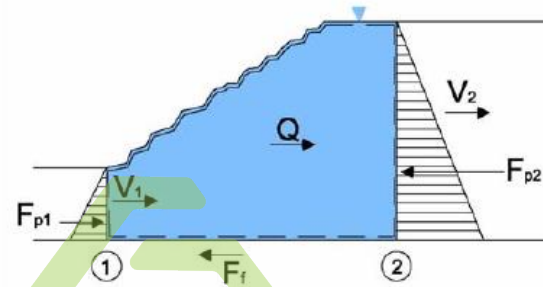
GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



El coeficiente de Boussinesq, β expresa la relación entre la cantidad de movimiento real que hay en una sección dada y la cantidad de movimiento suponiendo que la velocidad se reparte uniformemente en toda la sección.

Para canales prismáticos se tiene usualmente:
 $1,01 < \beta < 1,12$



Consideremos un tramo de un canal p.e. donde se produce el salto hidráulico y el volumen de control limitado por la sección 1-2

La variación de la cantidad de movimiento entre secciones 1-2 será(ec. De momentum)

GENIOS PRO
EDUCACION ONLINE

Variación de cantidad de movimiento = $\delta Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$

$$\underbrace{\delta Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)}_{\text{cambio cantidad de movimiento}} = \underbrace{F_{P1} - F_{P2} + W \sin \alpha - F_f}_{\sum F_{\text{exteriores}}}$$

www.geniospro.com

F_{P1} , F_{P2} = fuerza de presión actuando en las dos secciones.

W = peso del fluido ($W \sin \alpha$, peso del fluido en el sentido del movimiento, '

F_f = fuerza externa total de resistencia que se opone al movimiento.

FÓRMULAS DE FLUJO UNIFORME

FORMA GENERAL:

$$V = C R^x S^y$$

V Velocidad media
 R Radio hidráulico
 S Pendiente del canal
 x, y Exponentes
 C Factor de resistencia

$$V = f(A, V, P, R, Y, S_w, n, Q)$$

ECUACIONES MAS CONOCIDAS Y UTILIZADAS:

- Manning

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

- Chézy

$$V = C \sqrt{RS}$$

NO son homogéneas dimensionalmente.

GENIOS PRO

EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com



...GRACIAS

GENIOS PRO
EDUCACIÓN ONLINE



www.geniospro.com